

ΕΙΣΑΓΩΓΗ (2^η διαφάνεια)

Πολλοί και ποικίλοι ορισμοί έχουν προταθεί για την έννοια της γλώσσας κατά καιρούς. Ο Χένρυ Σουήτ, Βρετανός φωνητικός και γλωσσολόγος, έλεγε ότι «η γλώσσα είναι η έκφραση ιδεών μέσω φθόγγων που συνδυάζονται σε λέξεις, οι οποίες με τη σειρά τους συνδυάζονται σε προτάσεις». Με ανάλογο συνδυασμό προκύπτουν οι σκέψεις από τις ιδέες. Αργότερα το 1942 οι Αμερικανοί γλωσσολόγοι Μπέρναρντ Μπλοχ και Τζωρτζ Τρέιζερ όρισαν ως γλώσσα ένα σύστημα αυθαίρετων φωνητικών συμβόλων, μέσω των οποίων επιτυγχάνεται η συνεργασία μιας κοινωνικής ομάδας. Για να έρθουμε στον ευρύτατα αποδεκτό ορισμό του καθηγητή Γ. Μπαμπινιώτη «γλώσσα είναι κώδικας σημείων ορισμένης γλωσσικής μορφής, με τα οποία επιτυγχάνεται η επικοινωνία ανάμεσα στα μέλη μιας γλωσσικής κοινότητας». Ο όρος «γλώσσα των μαθηματικών» στην παρακάτω εργασία χρησιμοποιείται ως ένας κώδικας που χρησιμοποιεί ο ενασχολούμενος με τα μαθηματικά για να εκφράσει μαθηματική σκέψη δική του ή κάποιου άλλου.

ΠΟΛΥΣΗΜΙΑ ΛΕΞΕΩΝ (3^η διαφάνεια)

Η μαθηματική γνώση έχει χαρακτήρα αφηρημένο και οι μαθηματικές έννοιες πολλές φορές δεν αντανακλούν και δεν αναφέρονται σε χαρακτηριστικά και ιδιότητες της αισθητής πραγματικότητας. Τις περισσότερες φορές, οι μαθηματικές έννοιες αναφέρονται σε σχέσεις μεταξύ χαρακτηριστικών, που δημιουργούνται ως νοητικές κατασκευές και εισάγονται από τον άνθρωπο. Για την νοητική οργάνωση όλων των παραπάνω, είναι απαραίτητη η χρήση της φυσικής γλώσσας, η οποία προφανώς, θα επηρεάσει την διδασκαλία των μαθηματικών.

Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιούνται αυτούσιες λέξεις της φυσικής γλώσσας ή και νέες σύνθετες λέξεις, οι οποίες δημιουργούνται με μοναδικό σκοπό να περιγράψουν νέες μαθηματικές έννοιες. Όταν τελικά μια λέξη έχει μαθηματικό, αλλά και μη μαθηματικό νόημα, είναι πιθανόν να δημιουργηθεί σύγχυση. Βλέπουμε περιπτώσεις όπου στο ίδιο σημαίνον αντιστοιχίζεται διαφορετικό σημαινόμενο. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται πολυσημία και πολλές φορές λειτουργεί ως ανασχετικός παράγοντας στην κατανόηση της γλώσσας των μαθηματικών. Για να αποφευχθεί αυτό θα πρέπει ο μαθητής να γνωρίζει όλες τις χρήσεις της λέξης, ώστε να είναι σε θέση να την ερμηνεύει σωστά στο κατάλληλο πλαίσιο. Ας δούμε όμως μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα πολυσημίας:

(4^η διαφάνεια)

Ξεκινώντας από τις πρώτες τάξεις του δημοτικού, βλέπουμε ότι πολύ συχνά συναντάται σε απλά προβλήματα η λέξη «περισσότερο», η οποία ανάλογα με την χρήση της υπονοεί είτε πρόσθεση είτε αφαίρεση. Αλλά και στις επόμενες βαθμίδες της εκπαίδευσης συναντάμε αντίστοιχα παραδείγματα. Η λέξη «ασύμπτωτη» στην καθημερινή γλώσσα, σημαίνει ότι η ευθεία δεν συμπίπτει με την γραφική παράσταση της συνάρτησης F , πράγμα που στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι αληθές. Γενικότερα, όμως ο ορισμός του «ασύμπτωτου» στα μαθηματικά δίνει μια διευρυμένη έννοια στη λέξη αυτή. Ορίζουμε ότι η ευθεία $(\varepsilon):\psi=\kappa$ θα είναι οριζόντια ασύμπτωτη της C_f αν και μόνο αν $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \kappa$ ή $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \kappa$ που σημαίνει ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f θα μπορεί ακόμα και να ταυτίζεται με την ευθεία. Δηλαδή η λέξη «ασύμπτωτη» αποκτά την διευρυμένη έννοια, τείνει να ταυτιστεί ή ταυτίζεται με την γραφική παράσταση της συνάρτησης F . Επίσης, η λέξη «κανονικός» στα νέα Ελληνικά ορίζεται ως αυτός που είναι σύμφωνος με τους κανόνες ή αλλιώς φυσιολογικός, όπως για παράδειγμα στο ύψος ή στο βάρος. Στην γεωμετρία, ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό, όταν όλες οι πλευρές του και όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες. Παρατηρούμε λοιπόν ότι στη χρήση της λέξης με τη μαθηματική της έννοια προσδίδονται ιδιότητες οι οποίες δεν προκύπτουν από τη χρήση της στη φυσική γλώσσα. Τέλος η λέξη έδρα στην καθημερινή γλώσσα μπορεί να σημαίνει το κάθισμα, το βήμα, τη θέση του καθηγητή ανώτερης σχολής, τον τόπο όπου είναι εγκατεστημένη μόνιμα και λειτουργεί αρχή, εταιρεία, επιχείρηση κτλ. Στα μαθηματικά είναι το καθένα από τα δύο ημιεπίπεδα, που σχηματίζουν μία διέδρη γωνία, αλλά και κάθε μια από τις επίπεδες επιφάνειες που ορίζουν ένα στερεό σώμα.

(5^η διαφάνεια)

Αντίστροφα, μπορούμε να βρούμε πολλές περιπτώσεις λέξεων, οι οποίες χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά με την ακριβή τους έννοια. Χαρακτηριστικό παράδειγμα, η αντιμεταθετική ιδιότητα της πρόσθεσης $a+b=b+a$, η οποία λέγεται έτσι, διότι τα a και b κυριολεκτικά αντιμετατίθενται, δηλαδή το ένα παίρνει τη θέση του άλλου. Ας δούμε μερικά ακόμα παραδείγματα τέτοιων περιπτώσεων: Η λέξη «απαλοιφή» στη φυσική γλώσσα δηλώνει εξάλειψη, εξαφάνιση. Στα μαθηματικά χρησιμοποιείται ακριβώς με τον ίδιο τρόπο. Π.χ. απαλοιφή παρανομαστών ή απαλοιφή παρενθέσεων, που σημαίνει εξαφάνιση. Επίσης, η λέξη «δείγμα» είναι ένα μέρος του συνόλου που θέλουμε να εξετάσουμε. Π.χ. μικρή ποσότητα υλικού που λαμβάνεται προκειμένου να εξεταστεί εργαστηριακά. Στην στατιστική, πολύ συχνά, συγκεντρώνουμε στοιχεία μόνο από ένα μικρό μέρος του πληθυσμού-δείγμα, -ώστε να εξαγάγουμε συμπεράσματα για όλο τον πληθυσμό. Η λέξη «ευθεία» είναι ένα ακόμη χαρακτηριστικό παράδειγμα όσων αναφέρονται παραπάνω. Στα μαθηματικά είναι θεμελιώδης έννοια, που ορίζεται ως ίσια γραμμή απείρου μήκους και μηδενικού πάχους χωρίς αρχή και τέλος. Σχεδόν με την ίδια έννοια χρησιμοποιείται η λέξη και στην καθομιλουμένη.

(6^η διαφάνεια)

«ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ» ΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΓΛΩΣΣΑΣ ΣΤΗ ΓΛΩΣΣΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΑ

Πολλές φορές, η δυσφορία και ο φόβος που προκαλείται στους μαθητές για τα μαθηματικά οφείλονται στη γλώσσα τους. Η τυπική τελειότητα, η ακρίβεια, η συντομία, η μονοσημαντότητα και η αυστηρότητα νοημάτων που απαιτεί λειτουργούν αποθαρρυντικά και ανασταλτικά, σε μερικές περιπτώσεις, νεκρώνουν κάθε απόπειρα προσέγγισής τους. Η γλώσσα των μαθηματικών, από τα πρώτα χρόνια της εκπαίδευσης, αντιμετωπίζεται από τους μαθητές ως μια γλώσσα ξένη με άγνωστο λεξιλόγιο και τεχνικούς όρους. Ένας τρόπος αντιμετώπισης της παραπάνω κατάστασης, είναι η χρήση της ελληνικής γλώσσας και η προσπάθεια «μετάφρασης» του αλγεβρικού μοντέλου σε απλή και άμεση ελληνική γλώσσα. Π.χ. να λυθεί η ανίσωση $|x-1| < 1$. Μεταφράζοντας στα ελληνικά: ψάχνω εκείνους τους αριθμούς που απέχουν από το 1 απόσταση μικρότερη του 1. Η επίλυση του μεταφρασμένου προβλήματος είναι άμεση και διαισθητική, χρησιμοποιώντας έναν αριθμημένο άξονα. Οπότε μπορούμε να αποφανθούμε ότι $x \in (0,2)$. Τότε και η αλγεβρική και σίγουρα πιο δογματική λύση η οποία είναι η εξής $|x-1| < 1 \Leftrightarrow -1 < x-1 < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ θα μοιάζει πολύ πιο απλή.

(7^η διαφάνεια)

Πολλές φορές όμως και η χρήση αλγεβρικών μοντέλων για την επίλυση προβλημάτων τα οποία είναι διατυπωμένα στα ελληνικά μπορεί να έχει εντυπωσιακά αποτελέσματα. Η παραμετροποίηση ενός ζητούμενου οδηγεί τους μαθητές στην επίλυση ενός προβλήματος με τη χρήση στοιχειώδους άλγεβρας. Π.χ. οι μαθητές στην Α' λυκείου έρχονται πολύ συχνά αντιμέτωποι με εκφωνήσεις όπως η παρακάτω: να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda = 0$ έχει 2 πραγματικές και άνισες ρίζες. Η εκφώνηση αυτή σε πρώτο επίπεδο φαίνεται πολύπλοκη και αποθαρρύνει τους μαθητές. Όταν όμως ενεργοποιηθεί η γνώση αξιωμάτων και θεωρημάτων και δώσουμε αλγεβρική υπόσταση στο ζητούμενο, η επίλυση της άσκησης επιτυγχάνεται εύκολα. Έχουμε λοιπόν:

$$2 \text{ άνισες ρίζες} \Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0 \Leftrightarrow 4 - 4\lambda > 0 \Leftrightarrow 4\lambda < 4 \Leftrightarrow \lambda < 1$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι μερικά χαρακτηριστικά του μαθηματικού λόγου που αρχικά μπορούν να προκαλέσουν δυσκολίες κατανόησης, με χρήση απλής κατανοητής γλώσσας, ανάγονται σε εύκολα διαχειρίσιμα προβλήματα. Αλλά και αντίστροφα, η μαθηματική παραμετροποίηση ενός προβλήματος διατυπωμένου στη φυσική γλώσσα μπορεί να οδηγήσει σε πολύ εύκολη επίλυση.

(8^η διαφάνεια)

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΕΤΥΜΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΛΕΞΕΩΝ

Η γλώσσα των μαθηματικών είναι μια γλώσσα τεχνητή και εφόσον δεν υπήρχαν αρχικά σύμβολα, για να μετατραπεί η μαθηματική εμπειρία σε νόημα, έπρεπε να δηλώνεται με λέξεις. Ο ρόλος της ετυμολογίας των λέξεων αυτών υπήρξε, αλλά και εξακολουθεί να είναι καταλυτικός. Η ετυμολογία προηγείται από την ανάπτυξη μιας μαθηματικής έννοιας, οπότε συμβάλλει στο να διατηρηθούν στη μνήμη ονομασίες και ορισμοί. Επίσης, με την βοήθεια της ετυμολογίας προάγεται ένα δίκτυο σύνδεσης των άγνωστων λέξεων, με περισσότερο οικείες, με αποτέλεσμα να ξεπερνιούνται δυσκολίες, που ενδεχομένως να δημιουργούνται από την έλλειψη γνωσιακής ή βιωματικής επαφής των διδασκόμενων με νέους όρους. Παρακάτω παραθέτουμε μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα ετυμολογίας μαθηματικών όρων.

(9^η διαφάνεια)

Διάμετρος: Από το αρχαίο Ελληνικό διάμετρος (γραμμή), που συναντάται από τον πέμπτο αιώνα στον Πλάτωνα και τον Αριστοφάνη. Είναι σύνθεση της πρόθεσης «δια», που εξέφραζε διαχωρισμό και της λέξης μέτρο από το αρχαιοελληνικό μέτρον [ήδη ομηρικό, Οδ. 668...], μεταπτωτική βαθμίδα του Ι.Ε. μετρώ, ορίζω. Το ρήμα δηλώνει μετρώ δια μέσου και αποχωρίζω κάτι. Κάθε διάμετρος τέμνει στη μέση κάθε στοιχείο ενός συνόλου παραλλήλων χορδών.

Συνημίτονο: Είναι σύνθεση των λέξεων συμπληρωματικό και «ημίτονο». Έχει γίνει σίγηση ενός τμήματος της λέξης, συμπληρωματικό, και για να μη γίνεται χασμωδία μετατράπηκε το μ σε ν και το συμπληρωματικό ημίτονο έγινε συνημίτονο.

Διχοτόμος: Είναι σύνθεση του επιρρήματος «δίχα» που σημαίνει σε δύο μέρη, χωριστά, και του ρήματος τέμνω,. Η ετυμολογία δεν δηλώνει υποχρεωτικά χωρισμό σε δύο ίσα μέρη. Χρησιμοποιήθηκε αρχικά στη θεωρία αριθμών.

Παραβολή: Από το ρήμα «παραβάλλω», που είναι σύνθεση της πρόθεσης «παρα», που σημαίνει παραπλεύρως, πλησίον, και του ρήματος «βάλλω», ρίχνω, βάζω, τοποθετώ. Το ρήμα «παραβάλλω» σημαίνει συγκρίνω, φθάνω παραπλεύρως σε κάτι, πλησιάζω. Ο όρος εισήχθη από τον Απολλώνιο τον Περγαίο (περ. 250 π.Χ.). Ο όρος χρησιμοποιούνταν στη γεωργία αιώνες πριν. Είναι το ακραίο τμήμα του αγρού που με δυσκολία

οργώνεται. Στην περίπτωση αυτή το υνί κατά το όργωμα γράφει μια παραβολή που είναι τμήμα της περίφημης βουστροφηδόν πορείας των βοών.

Πολυώνυμο: Αρχική σημασία: “με πολλά ονόματα”, <πολύ-(πολύς)+ώνυμο(ς)>. Αναφέρεται στον Ομηρικό ύμνο [Εις Δημ. 18: Κρόνου πολυώνυμος υιός]. Ο μαθηματικός όρος αποτελεί απόδοση του γαλλικού *polygone* (υβριδική σύνθεση ελληνογεννους ως προς το πρώτο συνθετικό *poly*)

Μονοτονία: Είναι σύνθεση της λέξης «μονός» που σημαίνει ένας, απλός, και της λέξης «τόνος» που σημαίνει ήχος. Μονός εκ του αρχαιοελληνικού *μόνος* με καταβιβασμό του τόνου κατ’ αναλογία προς τα απλός, διπλός. Τόνος εκ του ρήματος *τείνω* <τέν-ζω> [ήδη ομηρικό]. Ινδοευρωπαϊκή ρίζα *ten* <<τεντώνω εκτείνω>>. Μονοτονία σημαίνει ότι ένα φαινόμενο συμβαίνει κατά ένα μόνο τρόπο.

(10^η διαφάνεια)

Είναι φανερό ότι σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, μια συστηματική και αναλυτική παρουσίαση της ετυμολογίας των όρων, θα οδηγούσε τους διδασκόμενους σε ευκολότερη και ταχύτερη κατανόηση των εννοιών. Υπάρχουν όμως και περιπτώσεις, όπου η εννοιολογική σημασία μιας λέξης απέχει από τη σημασία των συνθετικών τους, δηλαδή ενώ κάθε μια συνιστώσα έχει ξεκάθαρη έννοια η τελική σύνθεση αποτελεί μια αδιαφανή φόρμα. Π.χ. η λέξη «τραπέζιο» δεν έχει φανερή ετυμολογική προέλευση. Παρ'όλα αυτά η λέξη καθιερώθηκε και ταυτίστηκε με το συγκεκριμένο σχήμα. Η ορθή και ακριβής χρήση λοιπόν της ελληνικής γλώσσας και ειδικά της ετυμολογίας των λέξεων οδηγεί σε τάξη την άμορφη και νεφελώδη μάζα της μαθηματικής σκέψης. Αντίστροφα υπάρχουν λέξεις, οι οποίες παρά την όχι ξεκάθαρη ετυμολογική τους προέλευση, όπως πρίσμα, πόρισμα και άλλες, έγιναν στοιχεία του παγκόσμιου γλωσσικού θησαυρού. Τέλος μετατρέποντας ρήματα σε ουσιαστικά, δημιουργούμε τεχνητά λεκτικά αντικείμενα, όπως οι λεξεις αναλογία, διάμεσος, διχοτόμος. Όταν το ρήμα διχοτομώ μετατρέπεται στο ουσιαστικό διχοτόμος, από γεγονός μετατρέπεται σε οντότητα. Οπότε, τότε μπορούμε να μιλήσουμε και για θεώρημα διχοτόμων.

(11^η διαφάνεια)

ΣΥΝΟΨΗ

Συνολικά μπορούμε να πούμε ότι η αλληλεπίδραση ανάμεσα στη φυσική μας γλώσσα και τη γλώσσα των μαθηματικών αποτελεί μια διαδικασία, η οποία οδηγεί στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης και γνώσης. Ο πλούτος της ελληνικής γλώσσας αποτελεί ένα σίγουρο αρωγό στο έργο της αποσαφήνισης αφηρημένων μαθηματικών εννοιών. Ένα μεγάλο μέρος της παγκόσμιας μαθηματικής ορολογίας πηγάζει από τον θησαυρό της ελληνικής γλώσσας. Το συντακτικό και η γραμματική της γλώσσας διευκολύνουν στην εξαγωγή θεωρητικών συμπερασμάτων στα μαθηματικά. Όλα τα παραπάνω μας οδηγούν στο συμπέρασμα ότι μαθηματική και ελληνική γλώσσα αλληλοσυμπληρώνονται διαρκώς και δυναμικά ώστε να αποτελέσουν εργαλεία για την γνώση και την μάθηση.

(12^η διαφάνεια)

Αριθμητικό σύστημα στην Αρχαία Αίγυπτο

Με τον όρο Ιερογλυφικά αναφερόμαστε σ' ένα πρώιμο σύστημα γραφής που συνδυάζει λογογραφικά και αλφαβητικά στοιχεία. Η λέξη προέρχεται από τα αρχαία ελληνικά: (ιερός + γλυφίς) «ιερές γλυφές» (δηλαδή ιερά ανάγλυφα) επειδή χρησιμοποιήθηκαν σε ιερά θρησκευτικά κείμενα. Οι Αιγύπτιοι αρχικά, χρησιμοποιούσαν το ιερογλυφικό σύστημα, ιερογλυφική γραφή όμως συναντούμε στην Μινωική Κρήτη και σε άλλους ανεπτυγμένους λαούς. Τα Αιγυπτιακά Ιερογλυφικά είναι τα αρχαιότερα εικονιστικά σύμβολα που χρησιμοποιούνταν στην αρχαία αιγυπτιακή γραφή. Η γραφή αυτή αποκρυπτογραφήθηκε από τον Ζαν-Φρανσουά Σαμπολιόν το 1822, ο οποίος χρησιμοποίησε την περίφημη Στήλη της Ροζέττας. Τα Αιγυπτιακά Ιερογλυφικά με τη χρήση μιας εικόνας μπορούν να αποδώσουν και μια εσωτερική ιδέα. Σχεδόν όλα τα σύμβολα αντιπροσωπεύουν ένα έμψυχο ή άψυχο αντικείμενο, και στην πιο επεξεργασμένη τους μορφή ήταν μικροσκοπικά έργα τέχνης από μόνα τους, και επομένως ήταν ιδανικά για μνημεία και διακοσμητικούς σκοπούς. Εντούτοις, από νωρίς στην Αιγυπτιακή ιστορία αναπτύχθηκε μια διακριτή διασκευή γραπτής ιερογλυφικής γραφής. Στις πρώιμες φάσεις της δεν ήταν κάτι περισσότερο από απλοποιήσεις των ιερογλυφικών συμβόλων. Στη συνέχεια, εξελίχθηκε σε μία κρυπτογραφημένη έκδοση γνωστή ως ιερατική γραφή. Τέλος, η πιο εκλαϊκευμένη γραφή αριθμών στην Αίγυπτο, ονομάστηκε δημώδης ή λαϊκή και καθιερώθηκε περίπου το 800 π.Χ. Η ιερατική γραφή χρησιμοποιήθηκε για μια πληθώρα από θρησκευτικούς και οικιακούς σκοπούς, με

το βασικό υπόστρωμα της να είναι οι πάπυροι και τα όστρακα. Η ιερατική γραφή επιτρεπόταν μόνο στους ιερείς. Η δημώδης αιγυπτιακή γραφή ήταν σύστημα γραφής που χρησιμοποιήθηκε στην αρχαία Αίγυπτο από τον 7ο αι. π.Χ.. Εξελίχτηκε από την ιερατική γραφή. Χρησιμοποιήθηκε για διάστημα περίπου 1000ων χρόνων ως γραφή για κείμενα καθημερινής χρήσης, ενώ η χρήση των ιερογλυφικών ήταν περιορισμένη για κείμενα στις πυραμίδες και άλλα αιωνόβια μνημεία. Η δημώδης γραφή ήταν δύσκολη στην ανάγνωση, επειδή τα γράμματα άλλαζαν με την πάροδο του χρόνου και συχνά παρουσίαζαν μεγάλη ομοιότητα μεταξύ τους.

Οι αρχαίοι Αιγύπτιοι αναπτύχθηκαν μαθηματικά, προκειμένου να παρέχουν πρακτικές λύσεις σε πραγματικά προβλήματα, όπως η μέτρηση του χρόνου, της στάθμης του νερού της ετήσιας πλημμύρας του Νείλου ποταμού, τον υπολογισμό των εκτάσεων γης και να μετράνε τα λεφτά και να καθορίζουν τους φόρους. Τα μαθηματικά ήταν απαραίτητα στην υπηρεσία των σύνθετων έργων μηχανικού για την κατασκευή των πυραμίδων. Ο όρος Αιγυπτιακά μαθηματικά αναφέρεται στα μαθηματικά που γράφτηκαν στην Αιγυπτιακή γλώσσα. Το εκτενέστερο Αιγυπτιακό μαθηματικό κείμενο είναι ο Πάπυρος του Ράιντ, μερικές φορές ονομάζεται επίσης και Πάπυρος του Αχμές, που ήταν ο συγγραφέας του, που χρονολογείται στο 1650 π.Χ. Πρόκειται για ένα εγχειρίδιο οδηγιών για μαθητές στην αριθμητική και τη γεωμετρία. Εκτός από την παροχή τύπων εμβαδών και μεθόδων για πολλαπλασιασμό, διαίρεση και εργασία με κλάσματα της μονάδας, περιέχει επίσης στοιχεία άλλων μαθηματικών γνώσεων, συμπεριλαμβανομένων των σύνθετων και πρώτων αριθμών. Επίσης, δείχνει πώς να

λύσει κάποιος πρώτης τάξης γραμμικές εξισώσεις, καθώς και αριθμητικές και γεωμετρικές σειρές. Τέλος οι Αιγύπτιοι έγραφαν τα κλάσματα ως άθροισμα κλασματικών μονάδων, γεγονός το οποίο έκανε τις κλασματικές πράξεις περίπλοκες και δύσχρηστες.

(13^η διαφάνεια)ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

Αριθμητικό σύστημα στους Βαβυλώνιους

Σε αντίθεση με τους Αιγύπτιους οι Βαβυλώνιοι είχαν έναν πιο εύχρηστο τρόπο γραφής των κλασμάτων. Αυτό τους έδωσε την δυνατότητα να αναπτύξουν σε υψηλό βαθμό την άλγεβρα. Ο όρος Βαβυλωνιακά μαθηματικά αναφέρεται στα μαθηματικά που αναπτύχθηκαν από τους ανθρώπους της Μεσοποταμίας (σύγχρονο Ιράκ) από τους πρώτους Σουμέριους μέχρι την Ελληνιστική περίοδο περίπου ως την εμφάνιση του Χριστιανισμού. Ονομάζονται Βαβυλωνιακά μαθηματικά λόγω του κύριου ρόλου της Βαβυλώνας ως τόπος σπουδών. Οι γνώσεις μας για τα Βαβυλωνιακά μαθηματικά προέρχονται από περισσότερες από 400 πήλινες πλάκες οι οποίες ήρθαν στο φως από το 1850. Η πλειοψηφία των πήλινων πλακών που έχουν ανακτηθεί χρονολογείται από το 1800 στο 1600 π.Χ. και καλύπτει θέματα που περιλαμβάνουν συναρτήσεις, άλγεβρα, τετραγωνικές και κυβικές εξισώσεις, και τον υπολογισμό των περιοδικών και αμοιβαίων ζευγών. Οι πλάκες επίσης περιλαμβάνουν πίνακες πολλαπλασιασμού και μεθόδους επίλυσης γραμμικών και τετραγωνικών εξισώσεων. Οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν το εξηνταδικό σύστημα. Το σύστημα αυτό το παρέλαβαν από τους προγενέστερους

Σουμέριους. Τα Βαβυλωνιακά μαθηματικά ήταν γραμμένα σε αριθμητικό σύστημα με βάση το 60. Από αυτό απορρέει η σύγχρονη χρήση των 60 δευτερολέπτων σε ένα λεπτό, 60 λεπτών σε μία ώρα, και 360 (60 x 6) μοιρών σε έναν κύκλο.

(14^η διαφάνεια) ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

Το αριθμητικό σύστημα στην Αρχαία Ελλάδα

Το ελληνικό σύστημα αρίθμησης βρίσκεται σε χρήση από την αρχαιότητα, όπου γίνεται η χρήση γραμμάτων του αλφαβήτου αντί για αριθμούς. Τα αραβικά ψηφία 1, 2, 3,... που χρησιμοποιούμε σήμερα ακόμα δεν είχαν διαμορφωθεί, ενώ δεν υπήρχε το σύστημα του δεκαδικού τρόπου αναγραφής σε στήλες μονάδων, δεκάδων κλπ, το οποίο πρώτοι εφάρμοσαν οι Ινδοί και διέδωσαν μεταγενέστερα οι Άραβες. Οι αρχαίοι Έλληνες έγραφαν όλους τους αριθμούς από το 1 ως το 999 με γράμματα του αλφαβήτου και με τη βοήθεια σημείων στίξεως. Χρησιμοποιούνται και κεφαλαία, προ πάντων για δυναστικά ονόματα και κεφάλαια βιβλίων. Οι αρχαίοι Έλληνες χρησιμοποιούσαν τα γράμματα Π, Δ, Χ και Μ τα οποία είναι τα αρχικά γράμματα των λέξεων Πέντε, Δέκα, Χίλιοι, και Μύριοι, και το Η, για το Εκατό. Το σύστημα αυτό, το χρησιμοποιούσαν αποκλειστικά για πληθικούς αριθμούς.

(15^η διαφάνεια) ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

Αριθμητικό σύστημα στην Αρχαία Κίνα

Τέσσερα κλασικά έργα διασώζονται από την αρχαία Κίνα, τα οποία μας βοηθούν να καταλάβουμε τα κινέζικα μαθηματικά πριν από το 1000 π.Χ.. Το πρώτο είναι το Σου-Ζινγκ το οποίο περιλαμβάνει αρκετά πολύπλοκους αστρονομικούς υπολογισμούς που έγιναν στην αρχαία Ελλάδα. Το Ι-Ζινγκ, το δεύτερο κατά σειρά, δεν είναι στην πραγματικότητα ένα βιβλίο μαθηματικών, αλλά ένα βιβλίο που χρησιμοποιούνταν από τους Κινέζους επί χιλιετίες για να μαντέψουν ποια πορεία δράσης έπρεπε να ακολουθήσουν σε σημαντικά θέματα. Όσον αφορά τα εργαλεία που χρησιμοποιούσαν για τους υπολογισμούς τους ο άβακας ήταν το πρώτο, όπου ακόμα και στις μέρες μας έχει σχεδόν καθολική χρήση. Η επινόηση του άβακα ήταν Ελληνική, όπως άλλωστε και το όνομα Άβαξ. Οι πρώτες μαθηματικές έννοιες των Κινέζων χρονολογούνται από πολύ παλιά. Ήδη απ' τον 13ο αιώνα π.Χ. οι Κινέζοι είχαν σύστημα δεκαδικής αρίθμησης, ανάλογο μ' εκείνο που υπάρχει σήμερα. Ακόμα, απ' τον 3ο π.Χ. αιώνα οι Κινέζοι έδωσαν μια πρωτότυπη λύση του Πυθαγόρειου Θεωρήματος. Επίσης, υπολόγισαν κατά προσέγγιση τον αριθμό π κι έλυσαν τις εξισώσεις πρώτου βαθμού.

Η παράσταση των αριθμών στην Κίνα ακολουθεί κανόνες επανάληψης γραμμών για τους μικρούς αριθμούς αλλά για την παράσταση των μεγαλύτερων χρησιμοποιεί ιδιαίτερα σχήματα. Όμως, πριν το 221 π.Χ., είχε γίνει αποδεκτό ένα διαφορετικό σύστημα παράστασης αριθμών, με χρήση μόνο οριζοντίων και καθέτων γραμμών. Στο Κινέζικο αυτό σύστημα παράστασης αριθμών υπάρχει η τάση με κατακόρυφες γραμμές για τις μονάδες, με οριζόντιες γραμμές για τις δεκάδες, πάλι με

κατακόρυφες γραμμές για τις εκατοντάδες, πάλι με οριζόντιες γραμμές για τις χιλιάδες.

(16^η διαφάνεια)ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ

Τα ιδεογράμματα στα Μαθηματικά

Ιδεόγραμμα, όπως λέει και η λέξη είναι ένα γράμμα που εκφράζει μια ιδέα. Για παράδειγμα όπως χρησιμοποιούμε το 1 για να εκφράσουμε την ιδέα του ένα. Τα ιδεογράμματα είναι ο κοινός τρόπος γραφής κάποιων λαών της Ασίας τον οποίο εφηύρε και προώθησε η Κίνα. Η Κίνα, με τα ιδεογράμματα κατάφερε να ζωγραφίσει τις λέξεις με αποτέλεσμα να δημιουργήσει έναν τύπο γραφής με εικόνες αντί για συλλαβές. Τα κινέζικα ιδεογράμματα διακρίνονται σε διάφορες ομάδες, όπως αυτά που σημαίνουν-παριστούν αντικείμενα, τα οποία ονομάζονται μορφήματα, τα σκίτσα σε σμίκρυνση, αυτά που παριστούν αφηρημένες έννοιες και ενέργειες κ.α. Τα ιδεογράμματα συμβολίζουν ακόμη και τους αριθμούς, οι οποίοι είναι επίσης κοινοί μεταξύ των λαών της Ασίας. Όμως, αυτοί οι αριθμοί χρησιμοποιούνται κυρίως σε επίσημα έγγραφα ενώ σε αριθμητικές πράξεις αξιοποιούνται οι αραβικοί. Επειδή ιδεογράμματα είναι εικόνες, επιτυγχάνεται η συντόμευση διατύπωσης και κατανόησης των εννοιών. Μ' αυτόν τον τρόπο, οι διατύπωση αριθμών γίνεται λακωνικότερα, εφόσον υπάρχει ειδικό γράμμα για τις μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες κλπ.

